Η Γεωμετρία κάνει παρέα με την Άλγεβρα

Τζούμπα Δήμητρα[1], Μαυρουδής Σπύρος[2]

[1]Καθηγήτρια Μαθηματικών, MSc Ρομποτική & Αυτόματος Έλεγχος, Υποδιευθύντρια Γυμνασίου Αμπελακίων Σαλαμίνας
dtzoumpa@gmail.com
[2] Μαθηματικός Επιμορφωτής ΚΣΕ
smavroudis@sch.gr

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στον χώρο εργασίας - συνεργασίας στην Γ' Τάξη του Γυμνασίου Αμπελακίων Σαλαμίνας, διασυνδέονται και συσχετίζονται έννοιες της Άλγεβρας με έννοιες από την Γεωμετρία. Οι μαθητές που συμμετείχαν, πειραματίστηκαν στην σχέση που συνδέει το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα δύο πλευρών ενός τυχαίου τριγώνου με την τρίτη πλευρά του, καθώς και την προκύπτουσα συνάρτηση, y = αx, που απεικονίζει αυτή την συσχέτισή τους. Οι συμμετέχοντες, αποτελούνταν από έντεκα αγόρια και εννέα κορίτσια ενώ η εργασία υλοποιήθηκε κατά την διάρκεια του β' τριμήνου στην προβλεπόμενη διδασκαλία του μαθήματος.

Σκοπός της εργασίας αυτής ήταν να συμβάλει στην αλλαγή και βελτίωση της σκέψης-στάσης των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά και στη διαδικασία προσέγγισής τους, συνειδητοποιώντας ότι τα Μαθηματικά μπορούν να αποτελέσουν αντικείμενο διερεύνησης και όχι απλά μια αποστήθιση φορμαλιστικών παραστάσεων . Στην εργασία αυτή, ενεπλάκησαν οι μαθητές σε δραστηριότητες, κατά τις οποίες εξασκήθηκαν με στόχο να παρατηρούν, να συνεργάζονται, να εικάζουν, να επαληθεύουν και να συνδέουν συμμεταβολές και αναλλοίωτα με μαθηματικές έννοιες.

Η μεθοδολογία που εφαρμόστηκε, ακολούθησε τα παρακάτω βήματα. Με την βοήθεια φύλλου εργασίας, οι μαθητές έκαναν εικασίες για την σχέση του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει τα μέσα δύο πλευρών ενός τυχαίου τριγώνου με την τρίτη πλευρά του. Επαλήθευσαν τις εικασίες με την βοήθεια μικρόκοσμου, κατασκευασμένου με το πρόγραμμα Geogebra. Γενίκευσαν διατυπώνοντας τον κανόνα με την βοήθεια σημείου που είχε συντεταγμένες τα μήκη του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει τα μέσα δύο πλευρών καθώς και το μήκος της τρίτης πλευράς, αποτυπώνοντας την συμμεταβολή των δύο μεγεθών στην συνάρτηση y=αx σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.

Η εργασία αυτή αξιολογήθηκε ως προς τις επιδιώξεις της, την επεκτασιμότητά της, τα εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν και ως προς την διαδικασία υλοποίησης με την συμμετοχή των μαθητών.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: *Μέσα πλευρών τριγώνου, Συνάρτηση, y = αx*

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι τρόποι αξιοποίησης των ψηφιακών εργαλείων στη σχολική τάξη των μαθηματικών και ιδιαίτερα η φύση και τα χαρακτηριστικά των δραστηριοτήτων στις οποίες θα κληθούν να εμπλακούν μαθητές και εκπαιδευτικοί έχει αποτελέσει εδώ και χρόνια κεντρικό σημείο αιχμής στο πλαίσιο του ευρύτερου προβληματισμού που αφορά την ένταξη της ψηφιακής τεχνολογίας στο σχολείο (diSessa, Hoyles & Noss, 1995, Goldenberg, 1999, Hoyles, 2001).

Η προοπτική χρήσης της τεχνολογίας στο μάθημα, σε αντίθεση με την ευρέως θεωρούμενη αυταπόδεικτη αξία της, φέρνει στο προσκήνιο όλες τις παραμέτρους που σχετίζονται με τους ρόλους και τις δραστηριότητες των συμμετεχόντων στη διδακτική πράξη (Κυνηγός & Δημαράκη, 2002), την ανάγκη μελέτης των μαθηματικών εννοιών που ευνοεί ένα υπολογιστικό περιβάλλον (Sutherland & Balacheff, 1999), το είδος των ανατιθέμενων στους μαθητές έργων (Hoyles, 2001) και, γενικότερα, το πλαίσιο στο οποίο λαμβάνει χώρα η διδασκαλία (Nardi, 1996). Η προσέγγιση αυτή υπαγορεύεται από την καταλυτική επιρροή της χρήσης της τεχνολογίας σε όλα τα επίπεδα της σχεδίασης και της εξέλιξης του μαθήματος στην τάξη στα οποία συμπεριλαμβάνονται στοιχεία όπως η συνεργατική μάθηση σε ομάδες, η αλλαγή των παραδοσιακών ρόλων δασκάλων και μαθητών και η ενίσχυση της ανάπτυξης μαθητοκεντρικών διδακτικών μοντέλων, όπου ο δάσκαλος έχει τη δυνατότητα να παρεμβαίνει στη μαθησιακή διαδικασία ενεργά, ως σύμβουλος και συνεργάτης των παιδιών (Hoyles & Noss, 1992).

Τα ερωτήματα που αναδύονται είναι πολλά και κρίσιμα: Ποια μορφή είναι σκόπιμο να έχουν οι δραστηριότητες στις οποίες θα κληθούν να εμπλακούν οι μαθητές στη διάρκεια ενός μαθήματος με χρήση ψηφιακών εργαλείων στην τάξη; Ποιες είναι οι παράμετροι με βάση τις οποίες καθορίζεται ο ρόλος της υπολογιστικής τεχνολογίας στη μαθησιακή διαδικασία σε αυτή την περίπτωση; Τι αλλάζει στο μάθημα όταν αυτό περιλαμβάνει τη χρήση υπολογιστών; Τι μπορεί να κάνει ο μαθητής και ο εκπαιδευτικός με την τεχνολογία αυτή που είτε είναι αδύνατο είτε πολύ δύσκολο πρακτικά όταν δεν την διαθέτει; Τι είδους δραστηριότητες λαμβάνουν χώρα και πώς αυτό επηρεάζει τους ρόλους των συμμετεχόντων στη διδακτική πράξη;

Καθώς η εκμάθηση των Μαθηματικών αποτελεί μια εμπειρική, υποθετικο - παραγωγική διαδικασία, ζητούμενο είναι η δημιουργία και ανάπτυξη προσωπικών νοημάτων από τους μαθητές μέσα από υποθέσεις, εικασίες, αποδείξεις, ανασκευές, αντιπαραδείγματα και συνεχείς τροποποιήσεις και ελέγχους (Κυνηγός, 2007). Για την περίπτωση των Μαθηματικών η ψηφιακή τεχνολογία, μπορεί να αξιοποιηθεί ακριβώς σε αυτό το πλαίσιο όταν χρησιμοποιούνται ειδικά σχεδιασμένα ψηφιακά εκφραστικά εργαλεία σε συνδυασμό με εργαλεία υποστήριξης συλλογικού διαλόγου και επιχειρηματολογίας (Ματσαγγούρας 1987, Κουτσελίνη & Θεοφιλίδης 2002). Τα εργαλεία αυτά επίσης, υποστηρίζουν την διασύνδεση μεταξύ μαθηματικών περιοχών που είναι κατακερματισμένες στο αναλυτικό πρόγραμμα, όπως η Άλγεβρα και η Γεωμετρία. Με τα εργαλεία αυτά οι μαθητές αποκτούν εμπειρίες εμπλοκής με την λογικο-μαθηματική σκέψη τις οποίες είναι αδύνατον να έχουν χωρίς τα δυναμικά αυτά μέσα. Ο δυναμικός χειρισμός, η παρατήρηση και οι αλληλοεξαρτώμενες παραστάσεις, είναι οι ιδιότητες των εργαλείων που ενδιαφέρουν την διδακτική των μαθηματικών (Κυνηγός 2007). Με αυτό το σκεπτικό, θελήσαμε να δοκιμάσουμε σε σχολική τάξη μαθητών μια εφαρμογή του σχολικού βιβλίου, στον χώρο της Γεωμετρίας με άμεση συσχέτιση με την Άλγεβρα.

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Η εργασία αυτή, διεξάχθηκε στην σχολική αίθουσα με την χρήση υπολογιστή που εκτελούσε το πρόγραμμα Geogebra, διασυνδεδεμένο με διαδραστικό πίνακα και έντυπων φύλλων εργασίας. Ο χρόνος υλοποίησής της ήταν τρεις (3) διδακτικές ώρες. Οι είκοσι μαθητές (έντεκα αγόρια και εννέα κορίτσια), εργάστηκαν σε ομάδες των δύο ατόμων και καθοδηγούμενοι από το φύλλο εργασίας, τους ζητήθηκε να κατασκευάσουν και να εξερευνήσουν συγκεκριμένα σχήματα, καθώς και να απαντήσουν σε συγκεκριμένες ερωτήσεις. Κατά αυτόν τον τρόπο, έγινε προσπάθεια να ελεγχθούν διακριτικά τα συμπεράσματά τους και να καθοδηγηθούν έτσι ώστε μέσα από αυτά να αντιληφθούν καλύτερα κανόνες και έννοιες . Καθόλη την διάρκεια, ενθαρρύνονταν συνεχώς να επεκτείνουν την διερεύνηση τους.

ΣΤΟΧΟΙ

Σε αυτή την εργασία, τέθηκαν συγκεκριμένοι στόχοι. Ο πρώτος εξ αυτών ήταν σε κοινωνικό – πολιτισμικό επίπεδο, να μάθουν οι μαθητές να συνεργάζονται μεταξύ τους, να λειτουργούν ως μέλη μιας ομάδας και να τοποθετούνται με τεκμηριωμένες απόψεις. Ο επόμενος στόχος ήταν διδακτικός, δηλαδή, να μπορούν οι μαθητές να κάνουν εικασίες – πειραματισμούς και να επαληθεύουν ή και όχι, τις εικασίες τους, χρησιμοποιώντας μικρόκοσμους με την βοήθεια του λογισμικού Geogebra. Τέλος σε γνωστικό επίπεδο, αν μπορούν οι μαθητές να διαπιστώνουν ότι το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα δύο πλευρών τριγώνου ισούται με το ήμισυ της τρίτης πλευράς και ταυτόχρονα είναι παράλληλο ως προς αυτή. Επιπλέον να οπτικοποιήσουν αυτή την σχέση των δύο μεγεθών μέσα από αλγεβρικές αναπαραστάσεις (μέγιστη προστιθέμενη αξία).

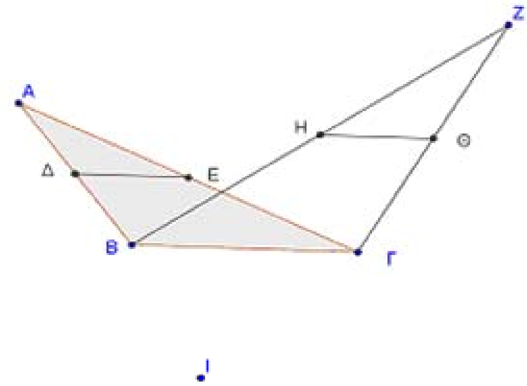
1η ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Αρχικά, σε ένα φύλλο εργασίας δόθηκαν δύο τρίγωνα ΑΒΓ και ΖΒΓ (με κοινή πλευρά την ΒΓ) και ένα σημείο Ι του επιπέδου, όπως φαίνεται στο (Σχήμα 1).

Οι μαθητές ρωτήθηκαν τί κοινό έχουν τα δύο τρίγωνα ΑΒΓ και ΖΒΓ. Σκοπός εδώ ήταν να ενεργοποιηθούν όλοι ανεξαιρέτως οι μαθητές, παρατηρώντας το σχήμα και καταγράφοντας τις σκέψεις τους, ώστε να συνειδητοποιήσουν την απλότητα της παρατήρησης αλλά και την απαραίτητη διαδικασία καταγραφής των παρατηρήσεων. Ενθαρρύνθηκαν θετικά από το πρώτο τους βήμα, για να συνεχίσουν έστω και δειλά. Όταν μοιράστηκαν τελικά τις απαντήσεις τους με τους υπόλοιπους μαθητές, τους επισημάνθηκε η ευκολία με την οποία κατέληξαν σε αυτές.

Στην συνέχεια τους ζητήθηκε να βρουν την σχέση που έχουν τα τμήματα ΔΕ και ΗΘ, αναζητώντας τα χαρακτηριστικά ενός τμήματος, την θέση του και το μέγεθός του. Εδώ λοιπόν, προτράπηκαν να προβούν σε μετρήσεις με τον χάρακα τις οποίες κατέγραφαν στο φύλλο εργασίας, ώστε να «ανακαλύψουν» όλοι, την γνώση. Οι ομάδες ανακοίνωσαν τις μετρήσεις τους και πάλι, ενώ άρχισαν να κατανοούν την αξία της συνεργασίας μέσα στην ομάδα.

Ως επόμενη ενέργεια τους ζητήθηκε να σχεδιάσουν το τρίγωνο ΙΒΓ όπως και το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ (όπου Κ είναι το μέσον του ΙΒ και το Λ το μέσον του ΙΓ), κάνοντας σχόλια για αυτό αλλά και επιβεβαιώνοντάς τα, με την χρήση του προγράμματος Geogebra. Τα τρίγωνα ΑΒΓ & ΖΒΓ σχεδιάστηκαν στον διαδραστικό πίνακα, μαζί με ένα τυχαίο σημείο Ι. Ένας μαθητής από κάθε ομάδα και με την βοήθεια της γραφίδας συμμετείχε στο να ενωθούν τα σημεία Β, Γ με το νέο σημείο Ι, να οριστούν τα σημεία Κ & Λ και να σχεδιαστεί το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ.



Σχήμα 1: Το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τα μέσα τριγώνου

Οι μαθητές έτσι, είχαν την ευκαιρία να επαναλάβουν τις προηγούμενες μετρήσεις και παρατηρήσεις, να τονώσουν την αυτοπεποίθησή τους (προσωπική και της ομάδας τους), γενικεύοντας τα προηγούμενα συμπεράσματά τους.

Το όλο περιβάλλον έκανε τους μαθητές να αισθανθούν άνετα και να εκφραστούν ελεύθερα καθώς πριν τη χρήση του διαδραστικού πίνακα, μια μαθήτρια εξέφρασε την άποψη ότι αν απομακρύνονταν το Ι, το τρίγωνο θα αποκτούσε μεγαλύτερες πλευρές, άρα και το εν λόγω τμήμα που ενώνει τα μέσα των πλευρών ΙΒ & ΙΓ, θα έπρεπε λογικά να ήταν και μεγαλύτερο. Η πρόταση αυτή, αν και λανθασμένη, δείχνει ότι η διδασκαλία δεν βρισκόταν μέσα στα αυστηρά πλαίσια της διδασκαλικής μορφής «Υπαγορεύω – Μαθαίνεις». Η χρήση του προγράμματος Geogebra, βοήθησε τελικά τους μαθητές να αντιληφθούν την σχέση που συνδέει τα δύο τμήματα (Μέγεθος, Θέση), να γενικεύσουν και να γράψουν τον κανόνα με μεγάλη άνεση. Στη συνέχεια, στόχος ήταν να συνδεθεί η μετρική σχέση αυτών των δύο τμημάτων με ένα σημείο του καρτεσιανού επιπέδου.

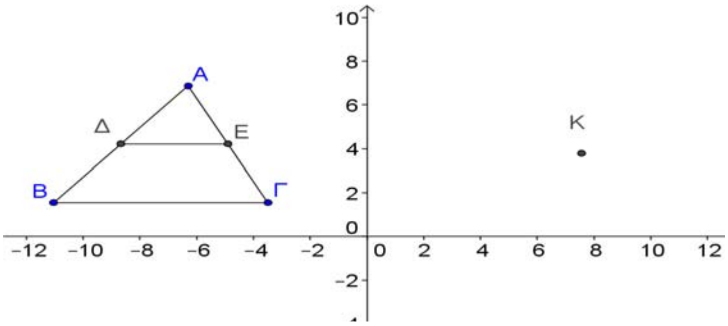
2η ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Σ' αυτό το σημείο ξεκινά η σύνδεση της άλγεβρας με τη γεωμετρία, καθώς αναμένεται ο μαθητής να ανακαλέσει από τη μνήμη του μέσα από τη διαδικασία της παρατήρησης, την έννοια του σημείου στο καρτεσιανό επίπεδο.

Στο φύλλο εργασίας, επί καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων ήταν σχεδιασμένο τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ, το ευθύγραμμο τμήμα ΔΕ που ένωνε τα μέσα των πλευρών του ΑΒ & ΑΓ. Με τετμημένη το μήκος της πλευράς ΒΓ και τεταγμένη το μήκος ΔΕ, σχεδιάστηκε το σημείο Κ (Σχήμα 2). Τους τέθηκε το εξής ερώτημα: «Αν μετακινηθεί η κορυφή Α αλλά τα σημεία Β & Γ παραμείνουν σταθερά, θα μετακινηθεί το σημείο Κ; Και αν μετακινηθεί το σημείο, πως θα μετακινηθεί;» Τους ζητήθηκε δε να επιβεβαιώσουν τις απαντήσεις τους χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα Geogebra, με την μετακίνηση των σημείων πάνω στον διαδραστικό πίνακα.

Το ερώτημα προβλημάτισε την τάξη. Δόθηκαν όμως αρκετές σωστές απαντήσεις, όπως ότι δεν θα κινηθεί το σημείο και από μαθητές που τυπικά θεωρούνται ως «Μη καλοί - Απρόσεκτοι». Για την επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων, ο δεύτερος μαθητής της κάθε ομάδας με την βοήθεια της γραφίδας, μετακινούσε το σημείο Α επάνω στον διαδραστικό πίνακα. Γενικά η στάση της τάξης ήταν διαφοροποιημένη θετικά, ως προς την διαδικασία κάτι που αποτυπώθηκε και από τους ίδιους τους μαθητές σε σχετικό ερωτηματολόγιο.

Η διαδικασία αυτή ήθελε να αλλάξει το γνωστικό δυναμικό των μαθητών μέσα από την διαδικασία που εντάχθηκαν και είχε ως αποτέλεσμα την ποικιλία των εμπειριών τις οποίες το κάθε άτομο μέσα από την ομάδα, επεξεργάστηκε κατά μοναδικό τρόπο.



Σχήμα 2 : Σημείο Κ, με τετμημένη το μήκος πλευράς τυχαίου τριγώνου και τεταγμένη το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει τα μέσα των πλευρών

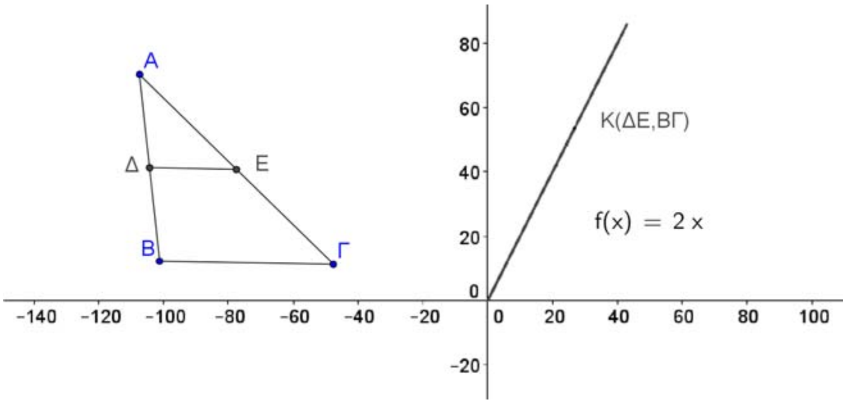
3η ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Συνεχίζοντας από τη 2η δραστηριότητα, τους ζητήθηκε να πουν τι θα κάνει το Κ όταν θα κινηθεί το Γ. Παρατηρήθηκε ότι αρκετοί μαθητές είχαν διάθεση συμμετοχής και εξέφρασαν τεκμηριωμένα ότι η μετακίνηση του Γ θα παρασύρει σε συνμεταβολή τα τμήματα ΔΕ, ΒΓ. Σ' αυτό το σημείο, θεωρήθηκε επιβεβλημένο να γίνει καταγραφή των εκάστοτε τιμών των ευθύγραμμων τμημάτων (Πίνακας 1).

Μήκος ΔΕ (Τετμημένη)	Μήκος ΒΓ (Τεταγμένη)
5	10
4	8
6	12
7	14

Πίνακας 1 : Συντεταγμένες σημείου Κ

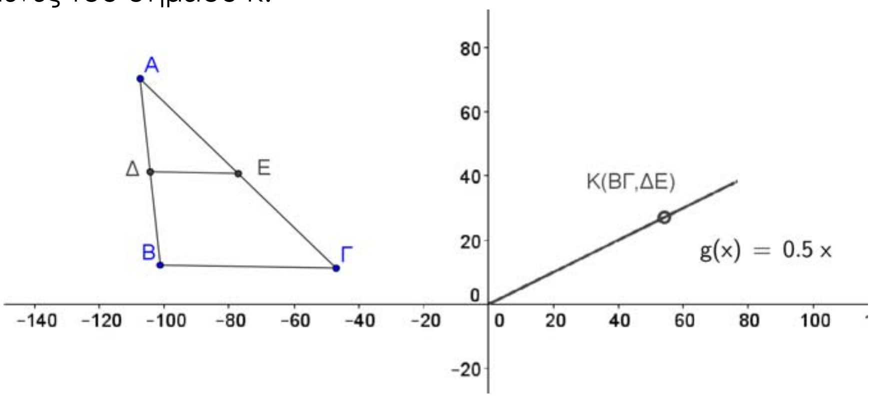
Στη συνέχεια, δημιούργησαν με χαρακτηριστική ευκολία την πορεία που θα έχει το σημείο Κ δηλ. την γραφική παράσταση της $y = 2x$ (Σχήμα 3), οπότε έγινε και η σύνδεση με την έννοια που είχαν διδαχτεί από την Β' Γυμνασίου. Ένας μαθητής από κάθε ομάδα, μετακινούσε το σημείο Γ κατά το δοκούν πάνω στον διαδραστικό πίνακα με την γραφίδα, ενώ το πρόγραμμα Geogebra επαναϋπολόγιζε τις συντεταγμένες του σημείου Κ, διατηρώντας ως ίχνος τις προηγούμενες θέσεις του.



Σχήμα 3 : Η συνάρτηση y = 2 x

4η ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Αποφασίστηκε να αντιστραφούν τα τμήματα που προσδιορίζουν τις συντεταγμένες του σημείου Κ, θέτοντας ως τετμημένη το μήκος ΒΓ και τεταγμένη το μήκος ΔΕ εφαρμόζοντας μια άλλη εκδοχή της προηγούμενης δραστηριότητας. Στόχος πλέον ήταν η κατανόηση σε βάθος της συνάρτησης **y=αx.** Σε αυτή την δραστηριότητα δεν ζητήθηκε στους μαθητές να συμπληρώσουν πίνακα τιμών σκόπιμα, έτσι ώστε να αντιληφθούν από μόνοι τους, την χρησιμότητα και την αναγκαιότητά του, όπως και συνέβηκε. Η αντίστοιχη γραφική παράσταση της $y = \frac{1}{2}x$ δεν ήταν δύσκολη να δημιουργηθεί (Σχήμα 4). Ο δεύτερος της κάθε ομάδας, προσδιόρισε εκ νέου τις συντεταγμένες του σημείου Κ πάνω στον διαδραστικό πίνακα και μετακινούσε το σημείο Κ, με το Geogebra να σχεδιάζει το ίχνος της διαφαινόμενης συνάρτησης από τις συντεταγμένες του σημείου Κ.



Σχήμα 4 : Η συνάρτηση $y = \frac{1}{2}x$

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Επιδίωξη της εργασίας, ήταν η κατανόηση της σχέσης που συνδέει το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα δύο πλευρών ενός τριγώνου με την τρίτη πλευρά και την διασύνδεσή τους με την συνάρτηση της άλγεβρας y=αx. Για την επιβεβαίωση των στόχων της εργασίας μετά το πέρας του μαθήματος, δόθηκε στους μαθητές ένα νέο φύλλο εργασίας, αποτελούμενο από τρεις (3) δραστηριότητες (Παράτημα 1). Το 75% των μαθητών απάντησε σωστά, ενώ το 16% έδωσε λάθος απάντηση, ενώ ένα το υπόλοιπο 9% φοβούμενο την πρόκληση δεν έδωσε απάντηση. Η αξιολόγηση της τάξης δεν εμφανίζει τέτοια κατανομή απόδοσης στα Μαθηματικά.

Ως αξιολόγηση δεν λαμβάνουμε υπόψιν μας μόνο την βαθμολογία των γραπτών, αλλά και την δυνατότητα αφομοίωσης και αντίληψης των εννοιών που παρουσιάστηκαν. Αυτό επηρεάζεται από την παρατηρητικότητα και την συνδυαστική σκέψη των μαθητών που έχει ως αποτέλεσμα την καταγραφή των συμπερασμάτων τους.

Κατά την διαδικασία της διδασκαλίας, τα παραδείγματα επεκτείνανε την εφαρμογή του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει τα μέσα δύο πλευρών ενός τριγώνου, με την σμίκρυνση του οπτικού ερεθίσματος. Η αναγνώριση της ιδιότητας που συνδέει την σχέση του ευθύγραμμου τμήματος με την τρίτη πλευρά, έγινε στο σύνολο όλων των σωστών απαντήσεων. Υπήρξαν δε και μαθητές, που προέτρεξαν της ερώτησης σχολιάζοντας την ύπαρξη της σχέσης. Ακόμη περισσότερο δε, μας δόθηκε και η σωστή συνάρτηση y=4x που προέκυπτε από την νέα σχέση.

Η ευκολία που παρείχε το λογισμικό, τόσο κατά την μετακίνηση των σημείων όσο και στην διασύνδεση των μηκών των δύο ευθυγράμμων τμημάτων με το σημεία Κ του επιπέδου, έδινε στον διδάσκοντα την μέγιστη διευκόλυνση. Οι μαθητές δεν ενεπλάκησαν σε τυποποιημένες μετρήσεις και επαναϋπολογισμούς τιμών. Κάθε μεταβολή στο σχήμα αποτυπώνονταν άμεσα και αριθμητικά. Η αλληλεπίδραση μεταξύ της μετακίνησης του σημείου και της αλλαγής των μετρίσιμων τμημάτων, προσέλκυε την προσοχή των μαθητών. Το αναμενόμενο αποτέλεσμα που διαισθανόταν ο μαθητής, επιβεβαιωνόταν άμεσα χωρίς να του αποσπά δυνάμεις η διαδικασία των αριθμητικών πράξεων.

Οι μαθητές στο τέλος, εξέφρασαν και την άποψή τους σχετικά με την διαδικασία που ακολουθήθηκε, για αυτό το είδος μαθήματος που βίωναν για πρώτη φορά. Στο σχετικό ερωτηματολόγιο, οι απόψεις τους έδειχναν ότι η προσέγγιση που ακολουθήθηκε, βάδισε με τρόπο που τους ήταν αρεστός. Προτίμησαν την συνεργασία μεταξύ τους, στην εργασία που έπρεπε να κάνουν αντί να εργάζονται κατά μόνας. Το τελευταίο, ενισχύεται από το γεγονός ότι, μέσω την ομαδικότητας, υπήρξε βελτίωση στην επιθυμία του συνεργάτη – συμμαθητή να ασχοληθεί ουσιαστικά και με ενδιαφέρον για τον τρόπο, ανακάλυψης – διδασκαλίας. Το ίδιο όμως, παρατήρησαν και οι ίδιοι για το εαυτό τους. Ουσιαστικά, η μάθηση μετατράπηκε από την «ανακάλυψη», σε μια εν γένει εμπειρία του μαθητή.

Για την επαλήθευση της αποτελεσματικότητα του εγχειρήματος, αφαιρώντας την επιρροή της σχέσης που ενυπάρχει στην διδασκαλία σε μαθητές της τάξης διδασκαλίας μας, η εργασία παρουσιάστηκε σε ένα τμήμα της Γ' Τάξης του 2ο Γυμνασίου Σαλαμίνας. Προέκυψαν τα ίδια αποτελέσματα που οδήγησαν στα ίδια συμπεράσματα.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Οι μαθητές με την βοήθεια του φύλλου εργασίας, του διαδραστικού πίνακα και του λογισμικού Geogebra, μπόρεσαν να απαντήσουν και να κατανοήσουν τα ερωτήματα που τους τέθηκαν και στην συνέχεια να γενικεύσουν σε κανόνες και τύπους.

Ήταν εμφανής η μεγάλη ευκολία μέσω ενός λογισμικού, να οπτικοποιείται άμεσα η διασύνδεση μεταξύ δύο μεγεθών, μέσω της διαδραστικής αλληλεπίδρασης αιτίας και αιτιατού. Λόγω του ότι έχει θεωρηθεί ότι, ένας τρόπος υπέρβασης της δυσκολίας κατανόησης των αλγεβρικών συμβόλων και παραστάσεων, είναι η επίλυση προβλημάτων η οποία συνδέει τον αλγεβρικό συμβολισμό με πραγματικές καταστάσεις, στην εργασία αυτή συνδέθηκε ένα γεωμετρικό πρόβλημα με ένα αλγεβρικό. Έτσι περιορίστηκε η αποστήθιση κανόνων και μεθόδων από τους μαθητές μας με το να κατανοήσουν τις έννοιες που χρησιμοποιήθηκαν. Τα ψηφιακά εργαλεία για την εκμάθηση μαθηματικών εννοιών, καθώς διαθέτουν ικανότητες επικοινωνίας με τον χρήστη, κατάφεραν να μετασχηματίσουν την διδακτική διαδικασία. Η διάδραση και δυναμικός χαρακτήρας της τεχνολογίας στην περίπτωση αυτή, άλλαξαν κατά το καλύτερο αυτά που η διδακτική μπορεί να προσφέρει στην μαθησιακή διαδικασία. Με την εφαρμογή αυτή, αναιρέθηκε η τυποποιημένη και στερεότυπη διαδικασία διδασκαλίας της συνάρτησης, χρήση του τύπου → κατασκευή πίνακα τιμών → αναπαράσταση σε άξονες. Οι πολλαπλές αναπαραστάσεις, μιας μαθηματικής έννοιας αποτελούν μια δυνατότητα των ψηφιακών τεχνολογιών, η οποία συμβάλει στον μετασχηματισμό της αντίληψής μας για την έννοια αυτή. Χαρακτηριστικό δε, παράδειγμα η συνάρτηση.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

Κυνηγός, Χ. (2007). *Το Μάθημα της Διερεύνησης. Παιδαγωγική αξιοποίηση της Σύγχρονης τεχνολογίας για την διδακτική των μαθηματικών. Από την Έρευνα στην Σχολική Τάξη* Εκδόσεις Ελληνικά Γράμματα Α.Ε.

Κυνηγός, Χ. & Δημαράκη, Ε. (επιμ.) (2002) Νοητικά Εργαλεία και Πληροφοριακά Μέσα. Εκδ. Καστανιώτη, Αθήνα.

Ματσαγγούρας (1987). *Ομαδοκεντρική διδασκαλία και μάθηση*, Αθήνα 1987. Εκδόσεις Γρηγόρη.

Κουτσελίνη & Θεοφιλίδης 2002. *Διερεύνηση και συνεργασία για μια αποτελεσματική διδασκαλία.* Εκδόσεις Γρηγόρης.

Goldengerg, P. (1999). Principles, art and craft in curriculum design: The case of Connected Geometry. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 4Q191-224, Kluwer Academic Publishers.

Hoyles, C. (2001). From describing to designing mathematical activity: The next step in developing the social approach to research in mathematics education. Educational Studies in Mathematics, 46: 273-286.

Hoyles, C. & Noss, R. (1992). A pedagogy for mathematical microworlds. Educational Studies in Mathematics, Vol. 23, 31-57.

Nardi, B. (1996) (Ed.) Context and Consciousness: Activity Theory and Human-Computer Interaction. MIT Press.

diSessa, A., Hoyles, C. & Noss, R. (Eds.) (1995). Computers and Exploratory Learning. Berlin: Springer- Verlag.

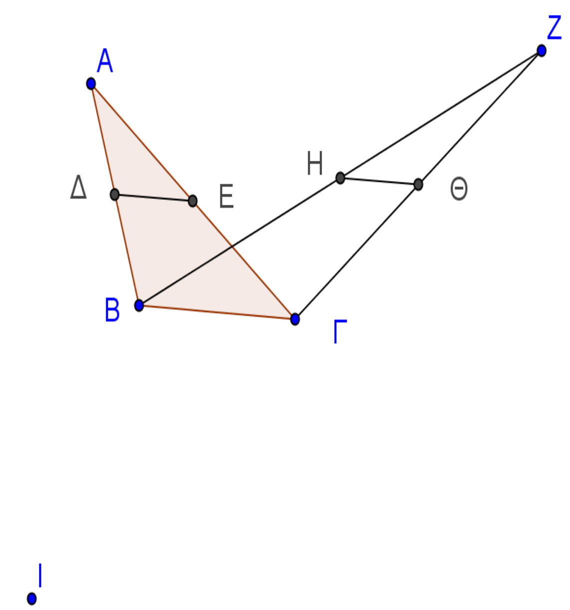
Sutherland, R. & Balacheff, N. (1999). Didactical complexity of computational environments for the learning of mathematics. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 4, 1-26.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

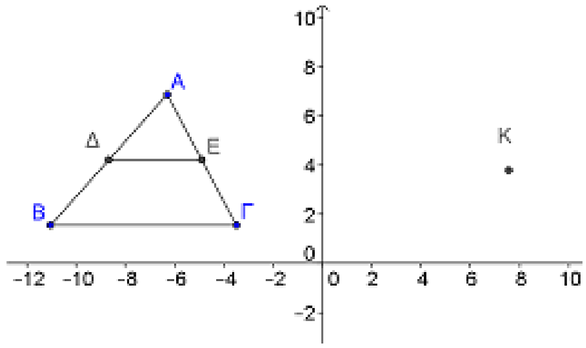
ΕΠΩΝΥΜΟ:	ΕΠΩΝΥΜΟ:
ΟΝΟΜΑ:	ΟΝΟΜΑ:
ΤΑΞΗ: Γ Γυμνασίου ΤΜΗΜΑ Γ2	ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1

<table>
<tr><td>Τι κοινό έχουν τα δύο Τρίγωνα;
ΑΒΓ και ΖΒΓ</td><td rowspan="4">
</td></tr>
<tr><td>Ποια σχέση έχουν τα τμήματα ΔΕ, ΗΘ; (Χαρακτηριστικά ενός τμήματος :Θέση και Μέγεθος)</td></tr>
<tr><td>Δημιουργήστε το τρίγωνο ΙΒΓ και το ΚΛ (Κ = μέσο του ΙΒ και Λ= μέσο του ΙΓ). Γράψτε τα σχόλιά σας για το ΚΛ.</td></tr>
<tr><td>Επιβεβαιώστε χρησιμοποιώντας το λογισμικό.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Γράψτε το σχόλιό σας για το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα δύο πλευρών ενός τριγώνου.</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
</table>

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2

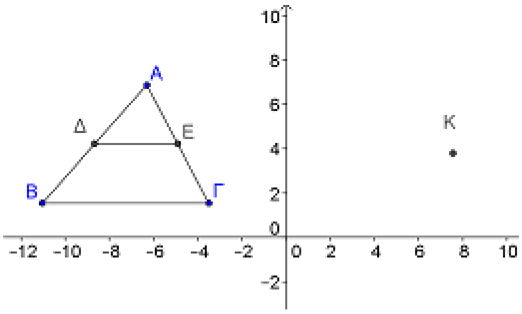
Το σημείο Κ κατασκευάστηκε με τετμημένη την ΒΓ και τεταγμένη την ΔΕ. Αν μετακινηθεί η κορυφή Α και τα Β & Γ παραμείνουν σταθερά, θα μετακινηθεί το σημείο Κ; Ναι Όχι
Αν Ναι πως θα μετακινηθεί; Επιβεβαιώστε χρησιμοποιώντας το λογισμικό.



ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 3

Να κατασκευαστεί το σημείο Κ με τετμημένη την ΔΕ και τεταγμένη την ΒΓ. Αν μετακινηθεί η κορυφή Γ και οι Β, Α παραμείνουν σταθερές, θα μετακινηθεί το σημείο Κ; Ναι Όχι

Αν Ναι πως θα μετακινηθεί; Επιβεβαιώστε χρησιμοποιώντας το λογισμικό.



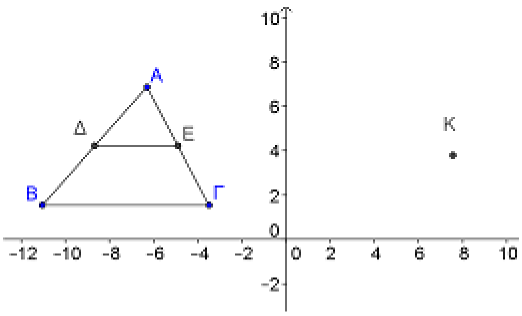
Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα τιμών από τις διάφορες μετρήσεις που κάνατε:

ΔΕ				
ΒΓ				

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 4

Να κατασκευαστεί το σημείο Κ με τετμημένη την ΒΓ και τεταγμένη την ΔΕ. Αν μετακινηθεί η κορυφή Γ και οι Β, Α παραμείνουν σταθερές θα μετακινηθεί το σημείο Κ; Ναι Όχι

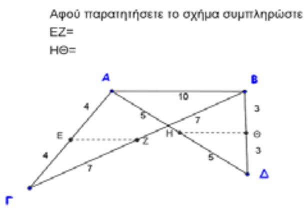
Αν Ναι πως θα μετακινηθεί; Επιβεβαιώστε χρησιμοποιώντας το λογισμικό.

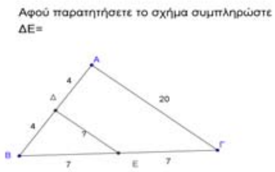


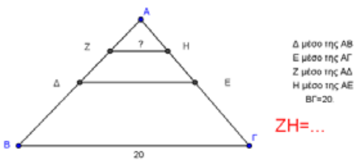
ΑΑ	ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ	
1	Το φύλλο εργασίας βοήθησε στην διεξαγωγή του μαθήματος ;	ΝΑΙ	ΟΧΙ
2	Το φύλλο εργασίας θα προτιμούσατε να είναι	Ατομικό	Ομαδικό
3	Η χρήση του λογισμικού βοήθησε σε κατανόηση μαθηματικών εννοιών;	ΝΑΙ	ΟΧΙ
4	Η χρήση του διαδραστικού είναι καλλίτερα να γίνεται από τον	Διδάσκοντα	Μαθητή
5	Διαπιστώσατε αλλαγή στην στάση των συμμαθητών σας ως προς το ενδιαφέρον που έδειξαν για τη συγκεκριμένη εφαρμογή σε σχέση με την κλασική διδασκαλία στον πίνακα;	ΝΑΙ	ΟΧΙ
6	Διαπίστωσες αλλαγή στην στάση σου ως προς το ενδιαφέρον που έδειξες για τη συγκεκριμένη εφαρμογή σε σχέση με την κλασική διδασκαλία στον πίνακα;	ΝΑΙ	ΟΧΙ
7	Υπάρχουν έννοιες που σας βοήθησε το μάθημα με τη χρήση Τεχνολογίας να κατανοήσετε;	ΝΑΙ	ΟΧΙ
8	Σας φάνηκε περίεργο που συνδέσατε τις συντεταγμένες ενός σημείου με τα μεγέθη των τμημάτων ΒΓ και ΔΕ;	ΝΑΙ	ΟΧΙ
9	Θα προτιμούσατε τα μαθήματά σας να διδάσκονται με τη χρήση Τεχνολογίας	ΝΑΙ	ΟΧΙ

Ερωτηματολόγιο : Πείτε μας την γνώμη σας

Φύλλο Εργασίας ΠΑΡΑΤΗΡΩ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΩ







Τετμημένη ΖΗ				
Τεταγμένη ΒΓ	20			

Συμπληρώστε τον παραπάνω πίνακα με «δικές» σας τιμές
Ποια νομίζετε ότι θα είναι η πορεία σημείου Κ(ΖΗ,ΒΓ)? Σχεδιάστε την ….