

## Δυναμική Μελέτη της Ομαλής Κυκλικής Κίνησης με το Interactive Physics

Νίκος Σκουλίδης<sup>1</sup>, Χαρίτων Πολάτογλου<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Φυσικός, Διαπολιτισμικό Γυμνάσιο Ευόσμου  
ns@sch.gr

<sup>2</sup>Αν. Καθηγητής τμ. Φυσικής, Α.Π.Θ.  
hariton@auth.gr

### ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην εισήγηση αυτή προτείνεται ένας εναλλακτικός τρόπος διερεύνησης της Ομαλής Κυκλικής Κίνησης, με αξιοποίηση του ανοιχτού και προγραμματιζόμενου λογισμικού *Interactive Physics*. Αντί της συνηθισμένης μελέτης της κίνησης από την κινητική της πλευρά, προτείνεται η μελέτη της κίνησης από τη δυναμική της πλευρά.

Σχεδιάζουμε μια προσομοίωση και εκτελούμε ένα εικονικό πείραμα, όπου σε ένα σώμα, που κινείται με κάποια ταχύτητα, ασκούμε δύναμη και βρίσκουμε πειραματικά την αναγκαία συνθήκη για τη γωνία που πρέπει να σχηματίζει η δύναμη με την ταχύτητα, ώστε να έχουμε Ομαλή Κυκλική Κίνηση. Εκτελώντας το εικονικό πείραμα και αλλάζοντας τη μάζα του σώματος, την ταχύτητά του και τη δύναμη που του ασκούμε, μπορούμε να βρούμε τη σχέση της ακτίνας της τροχιάς με τις παραπάνω ποσότητες. Από αυτή τη σχέση, επιλύοντας κατάλληλα, μπορούμε να βρούμε τελικά τη σχέση που μας δίνει την κεντρομόλο δύναμη και την κεντρομόλο επιτάχυνση.

Με βάση τα παραπάνω, προτείνουμε κάποιες βασικές σχεδιαστικές αρχές για μια διερευνητική διδακτική πρόταση για μαθητές Λυκείου ή ακόμη και για φοιτητές. Ο κάθε διδάσκων μπορεί να προσαρμόσει τη ροή των δραστηριοτήτων και το περιεχόμενο των φύλλων εργασίας που θα εκτελέσουν οι μαθητές ή φοιτητές, ανάλογα με τις δυνατότητές τους.

**ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ:** Δυναμική κυκλικής κίνησης, Προσομοίωση, *Interactive Physics*

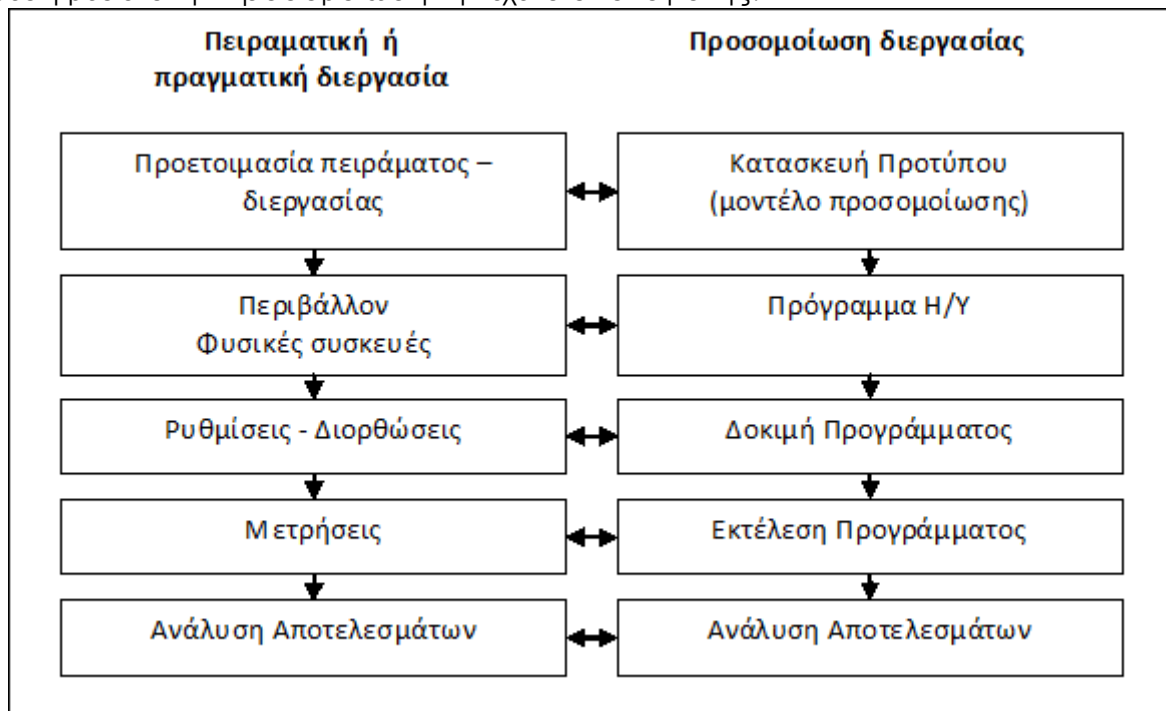
### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η Κυκλική Κίνηση είναι μια κίνηση που οι μαθητές παρατηρούν πολύ συχνά στην καθημερινότητά τους, όπως στα ακόλουθα παραδείγματα: στην κίνηση των τροχών των ποδηλάτων και των αυτοκινήτων (παρόλο που στην περίπτωση αυτή η κίνηση είναι σύνθετη), στην περιστροφή ενός ανεμιστήρα και γενικότερα στην περιστροφή όλων των κινητήρων, ακόμη δε και σε κινήσεις που οι ίδιοι προκαλούν σε αντικείμενα π.χ. δεμένα σε κλωστές, κλπ. Επεκτείνοντας λίγο τις παρατηρήσεις τους, θα μπορούσαν να την συναντήσουν και στις κινήσεις πλανητών, δορυφόρων, κλπ. Τέλος, αποτελεί αντικείμενο μελέτης για τους μαθητές της Β' Λυκείου. Και ενώ είναι γενικά εύκολο να περιγράψουμε ή και να μελετήσουμε τα καθαρά κινητικά χαρακτηριστικά της, όπως ακτίνα, περίοδο, συχνότητα, γωνιακή και γραμμική ταχύτητα και τις σχέσεις τους, κυρίως για την απλοποιημένη μορφή της Ομαλής

Κυκλικής Κίνησης (ΟΚΚ), είναι μάλλον αδύνατο να παρατηρήσουμε την αιτία της, δηλαδή τα δυναμικά της χαρακτηριστικά, όπως την κεντρομόλο δύναμη και τις σχέσεις της με όλα τα προηγούμενα. Για να μπορέσουμε να κάνουμε αυτού του είδους τη μελέτη, χρειαζόμαστε πολύ καλά εξοπλισμένα εργαστήρια, που ως γνωστόν δεν διαθέτουν στην συντριπτική τους πλειοψηφία τα Ελληνικά σχολεία. Έτσι, περιοριζόμαστε στην καθαρά θεωρητική μελέτη των δυναμικών χαρακτηριστικών της κίνησης αυτής, επάγοντας την κεντρομόλο δύναμη από την κεντρομόλο επιτάχυνση, η οποία όμως επίσης δεν υπολογίζεται στα σχολικά βιβλία, αλλά δίνεται χωρίς απόδειξη η σχέση που τη συνδέει με τα άλλα κινητικά χαρακτηριστικά της κίνησης. Η μόνη εναλλακτική δυνατότητα που έχουμε, αν θέλουμε να κάνουμε την πειραματική μελέτη της δυναμικής της, είναι να καταφύγουμε σε προσομοιώσεις. Τι είναι όμως μια προσομοίωση και σε τι μας χρησιμεύει;

### Η ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

Η προσομοίωση (simulation) είναι η 'τεχνητή μίμηση' πραγματικών καταστάσεων, διαδικασιών ή πραγμάτων. Στις Φυσικές Επιστήμες, συνήθως αναπαριστούμε με την προσομοίωση κάποια ουσιώδη χαρακτηριστικά ή συμπεριφορές ενός φυσικού συστήματος. Έτσι, μπορούμε να πούμε ότι πάνω σε ένα πρότυπο (model) εφαρμόζεται η θεωρητική φυσική γνώση και υπολογίζονται οι λειτουργίες και τα χαρακτηριστικά ή οι ιδιότητες του προτύπου. Η προσομοίωση αποτελεί με άλλα λόγια την υλοποίηση μιας πειραματικής διαδικασίας, όχι όμως σε πραγματικό εργαστήριο, αλλά σε εικονικό. Σε ένα τέτοιο εικονικό εργαστήριο – συνήθως αλλά όχι πάντα – η 'δουλειά' ή η 'λειτουργία' της φύσης γίνεται από έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή. Συσχετίζοντας τις συνθήκες ή το πλαίσιο υλοποίησης ενός πραγματικού πειράματος ή μιας πραγματικής διεργασίας και μιας προσομοίωσης πειράματος με ηλεκτρονικό υπολογιστή, τότε καταλήγουμε στο Σχήμα 1. Εδώ φαίνεται ξεκάθαρα ότι την κυρίαρχη θέση μέσα στην προσομοίωση την έχει ο υπολογιστής.



**Σχήμα 1:** Αναλογίες ενός πειράματος και μιας προσομοίωσης πειράματος με ηλεκτρονικό υπολογιστή

Η χρησιμότητα των προσομοιώσεων έχει αποδειχθεί πολλές φορές (Mielants & Mielants, 1999). Χαρακτηριστικά, μπορεί να αναφερθεί ότι έχουν τιμηθεί οι Kohn και Porle και με το βραβείο Nobel το 1988 (Lévy et al, 2006). Πέραν του ότι η προσομοίωση είναι σημαντικό εργαλείο για την κατανόηση της συμπεριφοράς συστημάτων και των μεταξύ των αλληλεπιδράσεων (Collins et al, 2003), όταν χρησιμοποιείται στην εκπαιδευτική διαδικασία βοηθά τους μαθητές να εμπεδώσουν ευκολότερα και βαθύτερα το αντικείμενο της διδασκαλίας, μειώνοντας σημαντικά τόσο τον απαιτούμενο χρόνο όσο και τους απαραίτητους πόρους (Owen et al, 2002).

Ειδικά, όταν η μελέτη των συστημάτων είναι δύσκολο ή αδύνατο να πραγματοποιηθεί σε ένα εργαστήριο, τότε η προσομοίωση αποτελεί τη μοναδική διέξοδο. Επιπροσθέτως, καθώς στα σχολικά εργαστήρια, όπου αυτά υπάρχουν, υπάρχει έλλειψη υλικών, χώρου ή χρόνου, η προσομοίωση είναι η μοναδική εναλλακτική λύση, ακόμη και για πειράματα και διαδικασίες που θα μπορούσαν να γίνουν σε ένα καλά εξοπλισμένο εργαστήριο. Μεταξύ των άλλων πλεονεκτημάτων της προσομοίωσης θα μπορούσαν να αναφερθούν και η επαναληψιμότητα όσον αφορά στα αποτελέσματα, η δυνατότητα εκτέλεσης του εικονικού πειράματος σε οποιοδήποτε περιβάλλον, η ευκολία χειρισμού μεταβλητών του περιβάλλοντος ή των αλληλεπιδράσεων, η ασφάλεια, κ.α.

Παίρνοντας υπόψη αυτά τα πλεονεκτήματα και σε συνδυασμό με τη βελτίωση των υπολογιστικών συστημάτων, βλέπουμε τα τελευταία χρόνια να έχει αυξηθεί πάρα πολύ η χρήση των προσομοιώσεων και μάλιστα σε ένα σχεδόν απεριόριστο πεδίο εφαρμογών για τη μελέτη των φυσικών φαινομένων. Έτσι, σύμφωνα και με τα συμπεράσματα της National Science Foundation για το θέμα "Simulation-Based Engineering Science" Μάιος 2006 (NSF, 2006), με τις προσομοιώσεις σε υπολογιστές, μεταξύ των άλλων μπορούμε: να εξερευνούμε φυσικά φαινόμενα και συστήματα κατασκευασμένα από ανθρώπους, να αυξήσουμε τη δυνατότητά μας να προβλέπουμε προβληματικές καταστάσεις και να βελτιστοποιούμε τις λύσεις, πριν προχωρήσουμε στις τελικές κατασκευές – εφαρμογές. Τέλος, μας δίνουν τη δυνατότητα να ασχοληθούμε με προβλήματα που είναι πολύ σύνθετα για τις παραδοσιακές μεθόδους ανάλυσης και διερεύνησης σε όλα σχεδόν τα επιστημονικά πεδία (ηλεκτρισμού, υπολογιστών, μηχανικής, πυρηνικής, βιολογίας και βιοϊατρικής, επιστήμης των υλικών κλπ) (Skoulidis & Polatoglou, 2007).

Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 1, το τελευταίο στάδιο της προσομοίωσης, είναι η ανάλυση των αποτελεσμάτων, που συχνά γίνεται με την οπτικοποίησή τους.

### **Η ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΗΣ ΟΠΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗΣ**

Δεν υπάρχει αμφιβολία ότι ο ανθρώπινος νους αντιλαμβάνεται πιο εύκολα και πιο γρήγορα το περιβάλλον του όταν, το παρατηρεί σαν εικόνα, παρά όταν προσπαθεί να μεταφράσει τα αποτελέσματα της προσομοίωσης. Γίνεται έτσι απαραίτητο τα αποτελέσματα κάθε προσομοίωσης, που είναι αρχικά αριθμοί και που αντιστοιχούν σε συμβάντα, αντικείμενα και κατανομές στο χώρο, να 'μεταφράζονται' σε εικόνες του συστήματος που μελετάμε και των παραμέτρων του. Με αυτές τις εικόνες οδηγούμαστε στην ταχύτερη και καλύτερη κατανόηση των φαινομένων. Ειδικά στον τομέα της εκπαίδευσης, η οπτικοποίηση συμβάλλει σημαντικά στο να κατανοήσουν οι μαθητές ακόμη ευκολότερα και ταχύτερα το υπό μελέτη θέμα (Mathewson, 1999). Στην επιστήμη, γενικότερα, χρησιμοποιούμε ένα πολύ μεγάλο πλήθος εικόνων και αναπαραστάσεων για την οπτικοποίηση. Στην εκπαίδευση ειδικότερα, χρησιμοποιούμε συχνά κάποιες τεχνικές οπτικοποίησης, στις οποίες συμπεριλαμβάνονται και οι τρόποι

επικοινωνίας με το υπό μελέτη σύστημα, όπως σχεδίαση τροχιών, παρουσίαση διαγραμμάτων, απεικόνιση ιχνών, ρεαλιστική και συμβολική παρουσίαση των συστημάτων κλπ. Όλα αυτά μαζί συνιστούν τις 'πολλαπλές αναπαραστάσεις' του υπό μελέτη φαινομένου.

Βέβαια, καθώς ο ανθρώπινος εγκέφαλος είναι προσαρμοσμένος στην παρακολούθηση και παρατήρηση του τρισδιάστατου χώρου, οι τρισδιάστατες απεικονίσεις φαινομένων θα προσέφεραν πολύ μεγαλύτερη κατανόηση και εμπέδωση των αποτελεσμάτων που του παρουσιάζονται, συνήθως όμως περιοριζόμαστε σε μια δισδιάστατη αναπαράσταση.

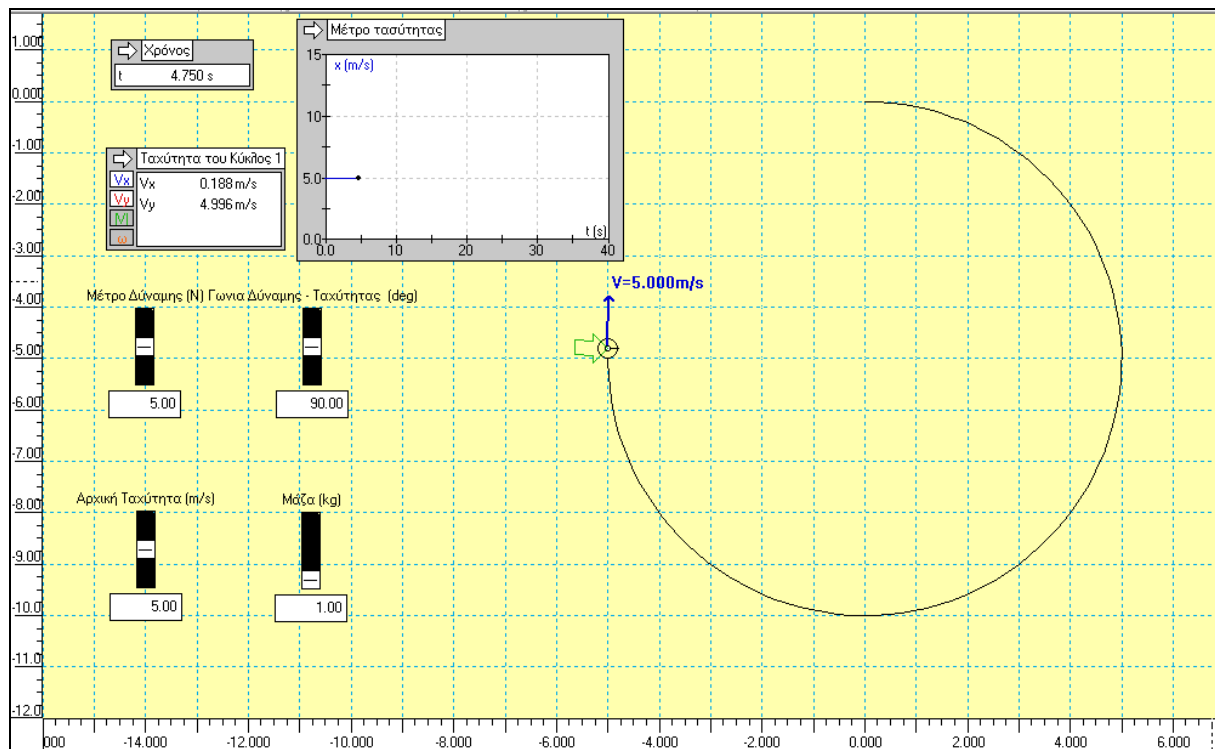
### **INTERACTIVE PHYSICS**

Ένα από τα εκπαιδευτικά περιβάλλοντα που προσφέρουν ταυτόχρονα δυνατότητες προσομοίωσης φυσικών φαινομένων και οπτικοποίηση αυτών, είναι και το Interactive Physics (IP). Είναι ένα ανοιχτό προγραμματιζόμενο περιβάλλον, που υποστηρίζεται από μια ισχυρή μηχανή φυσικής και μπορεί να χρησιμοποιηθεί κυρίως σε προσομοιώσεις μηχανικής, ηλεκτρισμού, μαγνητισμού και χημείας. Όμως, καθώς πρόκειται για ένα προγραμματιζόμενο περιβάλλον, θα μπορούσε με την κατάλληλη σχεδίαση να προσομοιώσει και να οπτικοποιήσει κάποιο φυσικό σύστημα, από οποιοδήποτε πεδίο των φυσικών επιστημών και όχι μόνο. Για το περιβάλλον IP υπάρχει ήδη μια πληθώρα έτοιμων έργων με εκπαιδευτικό προσανατολισμό και διαρκώς αναπτύσσονται καινούρια.

Για την κυκλική κίνηση επίσης υπάρχουν προσομοιώσεις σε διάφορα περιβάλλοντα (μεταξύ αυτών και σε IP), όμως στις περισσότερες από αυτές γίνεται διαπραγμάτευση μόνο των κινητικών χαρακτηριστικών της. Άλλα παραδείγματα, πέρα από το IP, είναι και οι διαδικτυακές εφαρμογές του PHET (2012) και του Σιτσανλή (2009).

### **ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ ΚΑΙ IP**

Στην παρούσα εργασία γίνεται η προσπάθεια να μελετηθεί η κυκλική κίνηση κυρίως από την πλευρά των δυνάμεων και δια μέσου των δυνάμεων. Είναι μια πρόταση που θα μπορούσε να εφαρμοστεί και σε πανεπιστημιακό επίπεδο, σε φοιτητές, σαν περίπτωση διερεύνησης φυσικών νόμων ή επίλυσης προβλημάτων. Για τον σκοπό αυτό δημιουργήθηκε μια ομάδα έργων προσομοιώσεων με το IP, όπου σε ένα σώμα, με αρχική ταχύτητα, ασκείται μια δύναμη. Όλα τα έργα της ομάδας βασίζονται στο ίδιο βασικό και πλήρες έργο, μόνο που στο καθένα από αυτά είναι ορατά μόνο μερικά από τα στοιχεία ελέγχου, παρατήρησης και αναπαράστασης του πειράματος. Πάντα ο χώρος εργασίας είναι ένα οριζόντιο δάπεδο και το σώμα μπορεί να κινείται πάνω σε αυτό χωρίς τριβές. Με τα διαθέσιμα από το IP χειριστήρια, είναι δυνατό να ελέγχονται όλες οι παράμετροι που θα μπορούσαν να αλλάξουν τα χαρακτηριστικά της ΟΚΚ. Έτσι, έχουμε την δυνατότητα να ασκούμε στο σώμα κάποια δύναμη με ελεγχόμενο μέτρο και κατεύθυνση και να ελέγχουμε τις αρχικές συνθήκες, όπως τη μάζα του σώματος και την αρχική του ταχύτητα. Ένα στιγμιότυπο του χώρου εργασίας, με όλα τα χειριστήρια ορατά, φαίνεται στο Σχήμα 2. Στους μαθητές δίνεται σε διάφορα στάδια εκτέλεσης του εικονικού πειράματος και ένα διαφορετικό έργο IP, όπου είναι ορατά μόνο τα απαραίτητα χειριστήρια ελέγχου και στοιχεία παρατήρησης.



Σχήμα 2: Στιγμιότυπο του χώρου εργασίας στο IP με όλους τους ελέγχους ορατούς

### ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΡΟΤΑΣΗ

Η μελέτη της ΟΚΚ προτείνεται να γίνει μέσω της διερευνητικής – ανακαλυπτικής μεθόδου, σε ένα πλαίσιο εποικοδομητικής μάθησης.. Τα φύλλα εργασίας θα πρέπει να σχεδιασθούν από τον διδάσκοντα, με τρόπο ώστε αφενός να είναι προσαρμοσμένα στο δυναμικό και στις ανάγκες των μαθητών του κάθε τμήματος – τάξης, αφετέρου δε να ακολουθούν κάποιες γενικές αρχές, αφήνοντας στον μαθητή την απαραίτητη ελευθερία επιλογών. Ειδικότερα, θα πρέπει να ακολουθούν το σχήμα Πρόβλεψη – Παρατήρηση – Συμπέρασμα, ώστε να στηρίζεται η εποικοδομητική μάθηση (Driver & Oldham, 1986). Καλό είναι στη φάση της πρόβλεψης να δίνονται κάποια στοιχεία που να κατευθύνουν τις απαντήσεις των μαθητών, προς το αντικείμενο που αναζητούμε. Οι μαθητές προτείνεται να δουλεύουν σε ομάδες των 2-4 ατόμων σε αίθουσα ηλεκτρονικών υπολογιστών και να απαντούν στα ερωτήματα μετά από συζήτηση και συμφωνία μεταξύ τους. Η χρονική διάρκεια της όλης μελέτης μπορεί να είναι από 2 έως 3 διδακτικές ώρες, ανάλογα με τις δυνατότητες κάθε σχολείου – τάξης, προφανώς με κατάλληλο σχεδιασμό των φύλλων εργασίας. Κάποια από τα προτεινόμενα στάδια (βλ. παρακάτω) θα μπορούσαν να απλοποιηθούν, στην περίπτωση που το μάθημα απευθύνεται σε μαθητές Λυκείου, έτσι ώστε να τους δοθεί περισσότερη βοήθεια (καθοδηγούμενη ανακάλυψη), ενώ στην περίπτωση που το μάθημα απευθύνεται σε φοιτητές, καλό είναι να τους δοθεί η δυνατότητα μεγαλύτερης αυτενέργειας

### ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ

Η διερεύνηση της ΟΚΚ ξεκινάει με τη συνθήκη που πρέπει να ισχύει για να έχουμε κυκλική κίνηση, πώς πρέπει δηλαδή να ασκείται η δύναμη σε ένα κινούμενο σώμα για να εκτελέσει αυτό κυκλική κίνηση. Οι μαθητές ήδη γνωρίζουν το 2<sup>ο</sup> Νόμο του Newton αλλά έχουν ασχοληθεί με αυτόν κυρίως στις ευθύγραμμες κινήσεις, εκτός από την περίπτωση της πλάγιας βολής. Σχετικά με την πλάγια βολή, έχουν μάθει ότι, όταν η δύναμη δεν είναι παράλληλη με την ταχύτητα, αλλάζει η διεύθυνση κίνησης και/ή το

μέτρο της. Θεωρώντας αυτό σαν προηγούμενη γνώση, την οποία θα μπορούσαμε να τους υπενθυμίσουμε με ένα μικρό αριθμό ερωτήσεων κλειστού κυρίως τύπου, τους ζητάμε να προβλέψουν τι θα συμβεί, αν σε ένα σώμα που κινείται με κάποια ταχύτητα του ασκήσουμε δύναμη i) με σταθερή διεύθυνση και πάντως όχι ίδια με τη διεύθυνση της ταχύτητας και ii) με διεύθυνση που σχηματίζει με την ταχύτητα πάντα σταθερή γωνία. Στους μαθητές Λυκείου προτείνεται να δοθούν ερωτήματα κλειστού τύπου, στα οποία θα πρέπει να δώσουν ξεχωριστές απαντήσεις –προβλέψεις για το μέτρο και τη διεύθυνση της ταχύτητας. Στους φοιτητές, όμως, προτείνεται να δοθούν και συνδυασμένα ανοιχτά ερωτήματα, αναφορικά με την τροχιά και το μέτρο της ταχύτητας.

Ακολουθεί η ποιοτική πειραματική διερεύνηση και η προσπάθεια επαλήθευσης ή διάψευσης των προηγούμενων προβλέψεων. Γι' αυτό το σκοπό, οι μαθητές δοκιμάζουν την περίπτωση (i) σε ένα έργο IP, όπου στο σώμα ασκείται κάποια δύναμη και η μόνη δυνατότητα ελέγχου που έχουν είναι να αλλάζουν τη διεύθυνση της δύναμης. Η αλλαγή της διεύθυνσης γίνεται με στοιχείο ελέγχου τύπου κουμπιού ολίσθησης, όπου η επιλογή της διεύθυνσης γίνεται σε προκαθορισμένα βήματα και είναι το μόνο ορατό. Κατά την εξέλιξη του φαινομένου θα μπορούν να παρατηρούν την τροχιά του σώματος και το μέτρο της ταχύτητάς του σε διάγραμμα. Δίνοντάς τους την ελευθερία να επιλέξουν μόνοι τους μερικές διαφορετικές διευθύνσεις για τη δύναμη (γωνία  $A - \Omega$ ) και να παρατηρήσουν την εξέλιξη του φαινομένου, πολύ εύκολα θα διαπιστώσουν ότι σε καμιά περίπτωση δεν οδηγούνται σε ΟΚΚ. Καλό είναι να συμπληρώνουν και έναν πίνακα (όπως τον Πίνακα 1) καταγράφοντας τις παρατηρήσεις τους.

| Γωνία (°) | Τροχιά (κυκλική/μη κυκλική) | Μέτρο ταχύτητας σταθερό (Ναι/Όχι) |
|-----------|-----------------------------|-----------------------------------|
| A         |                             |                                   |
| B         |                             |                                   |
| .....     |                             |                                   |
| $\Psi$    |                             |                                   |
| $\Omega$  |                             |                                   |

**Πίνακας 1:** Μελέτη σχέσης κατεύθυνσης δύναμης με τροχιά και μέτρου ταχύτητας

Για την περίπτωση (ii), σε ένα δεύτερο έργο IP, θα μπορούν να αλλάζουν μόνο τη γωνία που σχηματίζει η δύναμη με την ταχύτητα, και η οποία γωνία θα διατηρείται σταθερή σε όλη τη διάρκεια εξέλιξης του φαινομένου, και να παρατηρούν επίσης την τροχιά και το μέτρο της ταχύτητας. Τους ζητούμε να ελέγξουν το αποτέλεσμα, αλλάζοντας αυτή τη γωνία από  $0^\circ$  (ομόρροπες) έως  $180^\circ$  (αντίρροπες) σε σταθερά βήματα (πχ ανά  $30^\circ$ ) και να συμπληρώσουν έναν πίνακα αντίστοιχο με αυτόν του Πίνακα 1. Θα διαπιστώσουν ότι μόνο όταν αυτή η γωνία είναι ίση με  $90^\circ$  οδηγούνται σε κυκλική τροχιά με σταθερό μέτρο ταχύτητας. Σε αυτό το σημείο για να δείξουμε ότι έστω και μικρή απόκλιση από τις  $90^\circ$  επιφέρει σημαντική διαφοροποίηση στην τροχιά, αλλά και αλλαγή στο μέτρο της ταχύτητας, ζητούμε από τους μαθητές να δοκιμάσουν να εκτελέσουν το εικονικό πείραμα, με γωνίες που διαφέρουν μόνο κατά  $0.1^\circ$  από αυτή που βρήκαν. Σε αυτή την περίπτωση θα πρέπει η γωνία να εισαχθεί στο έργο αριθμητικά και όχι από τον επιλογέα.

Με το τέλος των δύο αυτών δραστηριοτήτων ζητούμε από τους μαθητές να διατυπώσουν τα συμπεράσματα των παρατηρήσεών τους. Επίσης, τους ζητούμε να

συγκρίνουν τις προβλέψεις τους με τα τελικά συμπεράσματα και να συζητήσουν και να καταγράψουν, στην περίπτωση που δεν συμπίπτουν, το γιατί είχαν κάνει λάθος πρόβλεψη και τι δεν πήραν υπόψη τους γι' αυτή. Τέλος, θα πρέπει να ανακοινωθούν τα τελικά συμπεράσματα και να συζητηθούν στην ολομέλεια του τμήματος – τάξης.

Αφού λοιπόν όλοι συμφωνήσουν ότι για να έχουμε ΟΚΚ θα πρέπει η δύναμη να είναι πάντα κάθετη στην ταχύτητα. μπορούμε να προχωρήσουμε στην ποσοτική μελέτη του φαινομένου. Να δούμε δηλαδή, πώς εξαρτάται η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς από τα άλλα δεδομένα της κίνησης.

### **ΣΧΕΣΗ ΑΚΤΙΝΑΣ ΤΡΟΧΙΑΣ ΜΕ ΜΑΖΑ, ΤΑΧΥΤΗΤΑ, ΜΕΤΡΟ ΔΥΝΑΜΗΣ**

Αφετηρία γι' αυτή τη μελέτη είναι και πάλι η πρόβλεψη. Θα πρέπει οι μαθητές να απαντήσουν σε κλειστά ερωτήματα (όπως για παράδειγμα πώς θα αλλάξει η ακτίνα της τροχιάς, αν αλλάξει, διπλασιασθεί ή υποδιπλασιασθεί, η μάζα του σώματος, το μέτρο της δύναμης που του ασκείται ή το μέτρο της αρχικής του ταχύτητας) και να συμπληρώσουν έναν πίνακα (όπως του Πίνακα 2).

Μπορεί να ακολουθήσει και ανοιχτό ερώτημα για το τι άλλο θα μπορούσε να αλλάξει την ακτίνα της τροχιάς και με ποιον τρόπο, τότε δηλαδή θα αυξηθεί και πότε θα ελαττωθεί.

Το κάθε ένα από τα προηγούμενα ερωτήματα ελέγχεται πειραματικά σε ξεχωριστό έργο IP, όπου πάντα η δύναμη είναι κάθετη στην ταχύτητα, χωρίς να υπάρχει δυνατότητα αλλαγής. Μόνο η ποσότητα που ελέγχεται είναι δυνατόν να αλλάξει, με τις υπόλοιπες να παραμένουν σταθερές και άγνωστες. Για κάθε μια από τις ποσότητες ελέγχου ζητούμε από τους μαθητές να συμπληρώσουν έναν πίνακα τιμών – μετρήσεων και να σχηματίσουν το αντίστοιχο διάγραμμα ποσότητας – ακτίνας. Η ακτίνα μετράται χρησιμοποιώντας το πλέγμα του χώρου εργασίας. Εδώ, ανάλογα με το γνωστικό επίπεδο των μαθητών στα μαθηματικά, θα μπορούσε τα διαγράμματα για τη δύναμη ή την ταχύτητα να είναι προσαρμοσμένα. Το διάγραμμα της δύναμης θα μπορούσε να είναι του αντιστρόφου της δύναμης ( $1/F$ ) – ακτίνας και το διάγραμμα της ταχύτητας θα μπορούσε να είναι του τετραγώνου της ταχύτητας – ακτίνας, ώστε να σχηματισθούν ευθείες. Η επιλογή αφήνεται στην κρίση του διδάσκοντα. Από τα διαγράμματα θα πρέπει να προκύψουν οι αναλογίες μεταξύ των ποσοτήτων και της ακτίνας. Αυτά τα μερικά συμπεράσματα θα πρέπει να ανακοινωθούν στην ολομέλεια, για να υπάρχει κοινή αφετηρία για το επόμενο βήμα.

| <b>Αλλαγή ποσότητας</b>  | <b>Αποτέλεσμα στην ακτίνα της τροχιάς</b> |
|--|---|
| Διπλασιασμός Δύναμης   |   |
| Υποδιπλασιασμός Δύναμης  |   |
| .....  |   |
| Διπλασιασμός Ταχύτητας   |   |
| Υποδιπλασιασμός Ταχύτητας  |   |
| <b>Από τι άλλο θα μπορούσε να εξαρτάται η ακτίνα της τροχιάς</b> | <b>Πώς εξαρτάται;</b>                     |
|  |   |
| .....  |   |
|  |   |

**Πίνακας 2:** Πρόβλεψη της επίδρασης της δύναμης, μάζας και ταχύτητας στην ακτίνα της τροχιάς

## ΣΥΝΘΕΣΗ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΩΝ

Έχοντας τώρα όλες τις παρατηρήσεις και τα μερικά συμπεράσματα στη διάθεσή τους, οι μαθητές μπορούν να προχωρήσουν και, συνθέτοντας όλα τα παραπάνω, να βρουν τη σχέση που δίνει την ακτίνα, όταν είναι γνωστά όλα τα υπόλοιπα στοιχεία. Εδώ, ανάλογα με το γνωστικό επίπεδο των μαθητών στα μαθηματικά, μπορούμε να επιλέξουμε διαφορετικούς τρόπους προσέγγισης. Πάντως, το ζητούμενο είναι να καταλήξουν οι μαθητές στον μαθηματικό τύπο. Έτσι, θα πρέπει για παράδειγμα να τονισθεί η γραμμικότητα στη σχέση της ακτίνας με το αντίστροφο του μέτρου της δύναμης, τη μάζα και το τετράγωνο του μέτρου της ταχύτητας. Ο μαθηματικός τύπος που θα καταλήξουν είναι

$$R = m \cdot v^2 \cdot \frac{1}{F}$$

Παρόλο που θα μπορούσε να υπάρχει και μια σταθερά αναλογίας στη σχέση, αυτή προτείνεται να μην αναζητηθεί από τους μαθητές Λυκείου, αλλά να αναζητηθεί από τους φοιτητές σε ξεχωριστή δραστηριότητα. Η αναζήτηση μπορεί να γίνει στο επόμενο στάδιο, αυτό της επαλήθευσης της σχέσης. Από αυτή τη σχέση, μπορούν εύκολα να υπολογίσουν τη δύναμη, επιλύοντας ως προς δύναμη ή τέλος να βρουν την επιτάχυνση (κεντρομόλο).

$$R = m \cdot v^2 \cdot \frac{1}{F} \Leftrightarrow F = \frac{mv^2}{R} \Leftrightarrow a = \frac{v^2}{R}$$

Αυτός ο τρόπος εξαγωγής των σχέσεων της δύναμης και της επιτάχυνσης είναι μάλλον προσφορότερος από την απλή απομνημόνευσή τους, όπως προτείνεται στα σχολικά βιβλία, όπου η μελέτη της κίνησης γίνεται κυρίως κινητικά.

## ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ

Σαν τελικό στάδιο της μελέτης, θα μπορούσε να ζητηθεί από τους μαθητές να επαληθεύσουν τον μαθηματικό τύπο, στον οποίο κατέληξαν, δίνοντάς τους το έργο του IP με δυνατότητα ελέγχου όλων των παραμέτρων και ζητώντας τους να εκτελέσουν το πείραμα, επιλέγοντας μόνοι τους τιμές για όλες τις παραμέτρους. Εδώ μπορεί να γίνει και ο υπολογισμός της σταθεράς αναλογίας.

## ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΜΕΛΕΤΗ

Τέλος, θα πρέπει να ζητηθεί από τους μαθητές, να σχεδιάσουν ένα ή περισσότερα πειράματα, όπου θα μπορούσαν να ελεγχθούν και οι παράγοντες που οι ίδιοι πρότειναν στη φάση της πρόβλεψης. Προφανώς, δεν υπάρχει άλλος, αλλά τους δίνουμε τη δυνατότητα να κάνουν δοκιμές με το έργο IP, που έχει όλες τις δυνατότητες ελέγχου.

Και για σύνδεση με άλλες γνώσεις, μπορούμε να ζητήσουμε από τους μαθητές να περιγράψουν μερικές κυκλικές κινήσεις και να εξηγήσουν από πού προέρχεται η δύναμη που τις προκαλεί. Θα μπορούσαν να είναι δυνάμεις από επαφή ή από απόσταση. Από τους μεν μαθητές Λυκείου (B' Τάξης) οι αναμενόμενες απαντήσεις για τις δυνάμεις από απόσταση είναι οι βαρυτικές για τις κινήσεις των πλανητών ή οι ηλεκτρικές για τις κινήσεις των ηλεκτρονίων στο ατομικό πρότυπο του Bohr, ενώ από τους φοιτητές, αναμένουμε και τις μαγνητικές για τις κινήσεις φορτισμένων σωματιδίων σε μαγνητικό πεδίο. Για την περίπτωση δυνάμεων από επαφή, αναμένουμε αρκετά μεγάλο αριθμό περιπτώσεων.



**ΣΥΝΟΨΗ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ Ή ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ**

Οι μαθητές μπορούν να διερευνήσουν ποιοτικά τη δυναμική της κυκλικής κίνησης και να καταλήξουν στο συμπέρασμα ότι απαραίτητη συνθήκη για την ΟΚΚ είναι η ύπαρξη δύναμης, που πρέπει να είναι πάντα κάθετη στην ταχύτητα. Από την ποσοτική πειραματική διερεύνηση προκύπτει και η σχέση της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς σε σχέση με τη δύναμη, τη μάζα και την ταχύτητα του σώματος που εκτελεί κυκλική κίνηση. Η επίλυση αυτής της σχέσης μας οδηγεί και στη σχέση της κεντρομόλου δύναμης και της κεντρομόλου επιτάχυνσης. Όλη αυτή η εργασία γίνεται σε εικονικό εργαστήριο, χρησιμοποιώντας το λογισμικό προσομοιώσεων Interactive Physics.

Θα μπορούσε το ίδιο έργο IP, με κάποιον εμπλουτισμό, να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση προβλημάτων, κυρίως από φοιτητές. Έτσι, σαν παράδειγμα με μικρή τροποποίηση θα μπορούσε να εισαχθεί και τριβή μεταξύ σώματος και δαπέδου και να ζητηθεί από τους φοιτητές να διερευνήσουν αν υπάρχει περίπτωση – και κάτω από ποιες προϋποθέσεις – να έχουμε κυκλική κίνηση.

**ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Η ιδέα της μελέτης της κυκλικής κίνησης με αφετηρία την κεντρομόλο δύναμη, γεννήθηκε από τους επιμορφούμενους κλάδου ΠΕ04 στο ΚΣΕ του 2ου Γυμνασίου Νεάπολης της 4ης περιόδου Επιμόρφωσης (Απρίλιος – Νοέμβριος 2013), Άλκη, Αντωνία, Βαγγέλη, Γιώργο, Δημήτρη, Ευτυχία, Μάκη, Μαρία, Παρασκευή και Σπύρο και γι' αυτή την ιδέα τους, τους αξίζει ένα μεγάλο ευχαριστώ.

**ΑΝΑΦΟΡΕΣ**

Σιτσανλής Η., (7/1/2009), *Κυκλική Κίνηση*, Ανακτήθηκε στις 10 Φεβρουαρίου 2014 από τη διεύθυνση [http://www.seilias.gr/index.php?option=com\\_content&task=view&id=110&Itemid=32](http://www.seilias.gr/index.php?option=com_content&task=view&id=110&Itemid=32)

Collins D. W., Flores-Godoy J-J, Tsakalis K. S. and Hoppensteadt F. C., (2003). *Diffusion bay simulation and its impact on the overall FAB performance: A simplified example*, IEEE International Symposium on Semiconductor Manufacturing (ISSM '03), pp. 315-318

Driver R. & Oldham V., (1986). *A Constructivist Approach to Curriculum Development in Science*, Studies in Science Education, Vol. 13, (1), pp. 105-122

Lévy B., Millié Ph., Spiegelman F., Sanchez-Marin J. & Guihéry N., (2006). *About the scientific contribution of Jean-Paul Malrieu*, Theor. Chem. Acc. 116, pp. 383–389

Mathewson J. H., (1999), *Visual-Spatial Thinking: An Aspect of Science Overlooked by Educators*, Science Education 83, pp. 33-54

Mielants H. & Mielants E., (1999). *The importance of simulation as a mode of analysis: Theoretical and practical implications and considerations*, BTNG 27 (3-4) pp. 293-322.

NSF, (2006). *Report of the National Science Foundation Blue Ribbon Panel on Simulation-Based Engineering Science*, Ανακτήθηκε στις 10 Φεβρουαρίου 2015 από τη διεύθυνση [http://www.nsf.gov/pubs/reports/sbes\\_final\\_report.pdf](http://www.nsf.gov/pubs/reports/sbes_final_report.pdf)

Owen J. M., Calnin G. T. & Lambert F. C., (2002). *Evaluation of Science and Technology Education at the Dawn of a New Millennium: (Chapter 6) Evaluation of Information Technology*, Springer Netherlands, ISBN 978-0-306-46749-3 (Print) 978-0-306-47560-3 (Online)

PHET (26/10/2012), *Ladybug Revolution*, Ανακτήθηκε στις 10 Φεβρουαρίου 2014 από τη διεύθυνση <http://phet.colorado.edu/en/simulation/rotation>

Skoulidis N. & Polatoglou H. M., (2007). *Integrated tool for the teaching of structural and Optical properties of nanostructures*, *Journal of Materials Education* Vol. 29 (1-2), pp. 117-132